

CHAPITRE I

*Introduction et généralités
sur les écoulements
dans les conduites circulaires*

1.1. Introduction et objectif du travail

La majorité des opérations industrielles liées à la production, le transport et le stockage des fluides tels que le gaz naturel, le pétrole, l'eau et l'air nécessitent le transport de ces derniers dans des canalisations ainsi que des mesures précises des débits volumétriques de ces fluides.

Les normes internationales ISO-5167 (1980) précisent que le débitmètre doit être installé dans la conduite à un emplacement tel que les conditions d'écoulement immédiatement en amont soient celles d'un écoulement parfaitement établi. Cette condition d'écoulement représente la situation de fonctionnement idéal pour le débitmètre et qui est la condition d'étalonnage standard. Il est généralement reconnu que cette condition ne peut être obtenue que si on dispose d'une longueur de développement rectiligne de 80 à 100 fois le diamètre de la conduite. Dans la plus part des situations industrielles réelles, cette longue distance ne peut être assurée vue la présence d'éléments nécessaire pour contrôler l'écoulement lui même, tels que les vannes, les coudes, les pompes etc.(Figure 1.1.a).

En pratique industrielle, afin de réduire la longueur nécessaire au développement et à l'établissement de l'écoulement on place entre le débitmètre et l'élément perturbateur un dispositif de conduite dit redresseur ou conditionneur d'écoulement. Cet élément a pour mission d'accélérer le développement de l'écoulement et d'assurer l'établissement dans une distance généralement comprise entre 20 et 30 fois le diamètre de la conduite (figure 1.1.b). Le développement de l'écoulement et son établissement dans les conduites circulaires dépend également de l'état de surface interne de la conduite.

Une compréhension fondamentale des phénomènes associés aux écoulements dans les conduites industrielles et à travers les éléments de conduites sera d'un apport pratique.

L'objectif du présent travail est de faire une étude portant sur le développement des écoulements turbulents dans les conduites circulaires. En particulier l'état de surface interne de la conduite est étudié en relation avec le développement et l'établissement de l'écoulement

1.2. Développement de l'écoulement dans les conduites circulaires

Dans le cas d'une conduite bien définie, parcourue par un fluide donné, deux situations opposées peuvent apparaître suivant les valeurs de la vitesse d'écoulement. Pour des faibles vitesses, le régime est laminaire, l'écoulement est bien ordonné. Pour des vitesses élevées, les lignes de courant ne sont plus parallèles et viennent à se couper avec apparition de tourbillons. La repartition des vitesses instantanées $u(t)$ devient aléatoire. Les particules fluides se déplacent au hasard dans toutes les directions, même à contre courant. Le régime est turbulent. Notons enfin que le passage du régime laminaire au régime turbulent ne se fait pas brutalement pour une vitesse particulière ; il existe un domaine intermédiaire où des variations de vitesses irrégulières mais de faibles amplitudes prennent naissance. Dans ce régime dit transitoire, la présence d'instabilités fait que l'écoulement n'est plus laminaire sans être véritablement turbulent.

Pour chaque régime d'écoulement, la dissipation d'énergie par frottements se traduit par une diminution de la pression motrice tout au long de l'écoulement. Cette dissipation est fonction de l'état de surface de la conduite.

On s'est posé la question de savoir à quelles vitesses le régime est laminaire et à quelles vitesses il est turbulent, sachant que ces deux régimes dépendent non seulement de la vitesse d'écoulement, mais aussi de la masse volumique et la viscosité du fluide, ainsi que du diamètre de la conduite et de la rugosité de sa paroi.

La réponse fut apportée par Reynolds (1883) qui étudiait l'écoulement de l'eau dans les tubes de verre de différents diamètres. Il montra que le régime d'écoulement dépendait essentiellement de la quantité $\rho U D / \mu$, un nombre sans dimension, noté Re , et appelé nombre de Reynolds. Finalement, les travaux de Reynolds ont montré que :

- Le régime est laminaire pour $Re \leq 2000$.
- Le régime est turbulent pour $Re \geq 4000$.
- Le régime est transitoire ou turbulent entre 2000 et 4000.

1.2.1. Écoulement laminaire

1.2.1.1. Profil des vitesses

Avec les fluides réels, l'introduction des frottements paroi-fluide fait apparaître une variation de vitesse entre la paroi et le centre de l'écoulement. Dans une conduite circulaire, la distribution des vitesses est parabolique sur une section droite. Les couches glissent les unes sur les autres et les filots fluides ne se mélangent pas. Les forces de frottement visqueux dominent et imposent ce régime d'écoulement (figure 1.2,a).

1.2.1.2. Perte de charge

L'écoulement des fluides réels s'accompagnant toujours de pertes de charge. Ce terme a été introduit pour exprimer de façon globale la chute de pression entre deux sections droites d'une même conduite.

On considère habituellement deux types de pertes de charge correspondant tous deux directement ou indirectement, à une dissipation irréversible d'énergie, transformée en chaleur.

- Écoulement sans variation brusque de vitesse : Si le long de l'écoulement, la vitesse moyenne du fluide est constante – conduite rectiligne de section constante- ou si la vitesse varie très progressivement en conservant un même profil –divergent ou convergent- rectiligne épousant parfaitement la veine fluide, on peut attribuer la chute de pression aux seuls frottements visqueux au sein du fluide et contre la paroi solide.

- Écoulement avec variation brusque de la vitesse : Si sur une courte distance, la vitesse varie brusquement en intensité ou en direction, la chute de pression n'est plus due seulement aux frottement visqueux, mais aussi et surtout à la variation soudaine de la quantité de mouvement du fluide.

On néglige souvent la perte de charge linéaire – d'autant plus faible que la longueur de conduite sur laquelle intervient la variation de vitesse est courte- devant la perte de charge singulière calculée à partir de la variation de la quantité de mouvement.

a). Perte de charge à l'entrée de la conduite

- Sur l'axe de la conduite

En régime laminaire, l'énergie cinétique par unité de volume varie de $1/2\rho U_\infty^2$ à l'entrée, à $1/2\rho(2\rho U_\infty)^2 = 2\rho U_\infty^2$ à la distance L_e (longueur d'établissement). Soit une augmentation de $\Delta(1/2\rho U^2) = 1.5\rho U_\infty^2$. Par suite, la pression-énergie des forces de pression par unité de volume diminue d'autant, soit une chute de pression de $\Delta p = 1.5\rho U_\infty^2$.

- Sur toute la section droite

On définit un coefficient de perte de charge pour l'entrée en conduite par le rapport :

$$\Delta p_e \cdot \frac{A p_e}{0.5 U_\infty^2} = B \quad (1.1)$$

$$\text{Expérimentalement : } B \approx 2.3 \text{ pour } Re < 2000. \quad (1.2)$$

b) Loin de l'entrée de la conduite

la vitesse n'est pas uniforme dans une section droite donnée, mais dans le temps elle demeure en moyenne constante en chaque point de la conduite. Dans ce cas le fluide ne subissant pas d'accélération, la somme des forces motrices est égale à la somme des forces résistantes, c'est à dire aux forces de frottement visqueux de résultante F_r .

La résultante des forces motrices a pour module :

$$F_r = S \Delta P^* \quad (1.3)$$

Où S est l'aire de la section droite.

P^* : la pression motrice.

$$\Delta P^* = \Delta P_e \text{ (expression générale de la perte de charge)} \quad (1.4)$$

Pour évaluer cette perte de charge, on passe par le calcul du débit (loi de Hagen Poiseuille) :

$$q_u = \frac{\pi D^4}{128\mu} \frac{\Delta P}{L} \quad (1.5)$$

où :

q_u : est le débit dans la conduite.

D : diamètre de la section.

L : la distance entre deux sections droites de la conduite.

D'après l'équation (1.3) ; la perte de charge :

$$\Delta P_c = \frac{128\mu}{\pi D^4} L q_u \quad (1.6)$$

Remplaçons le débit par le produit $QA=U\pi D^2/4$, puis éliminons μ à partir du nombre de Reynolds $Re=\rho UD/\mu$, on obtient :

$$\Delta P_c = \frac{32\rho U^2}{Re} \frac{L}{D} \quad (1.7)$$

En régime laminaire, la perte de charge est donc proportionnelle à la longueur de la conduite et varie comme l'inverse du diamètre et du nombre de Reynolds.

La relation (1.1) peut aussi s'écrire

$$\Delta P_c = \frac{64}{Re} \frac{1}{2} \rho U^2 \frac{L}{D} \quad (1.8)$$

$1/2 \cdot \rho U^2$: est le terme de pression dynamique.

La perte de charge est donc proportionnelle à l'énergie cinétique du fluide. Cette remarque se traduit par l'équation de Darcy-Weisbach.

$$\Delta P_c = \lambda \frac{1}{2} \rho U^2 \frac{L}{D} \quad (1.9)$$

ou

$$\Delta H_c = \lambda \frac{U^2}{2g} \frac{L}{D} \quad (1.10)$$

λ : est le coefficient de frottement, ou coefficient de perte de charge.

De (1.6) et (1.7) on déduit :

$$\lambda = 64 / \text{Re} \quad (1.11)$$

En coordonnées logarithmiques :

$$\lg \lambda = \lg 64 - \lg \text{Re} \quad (1.12)$$

On obtient une droite de pente négative (diagramme de Moody).

1.2.2. Écoulement turbulent

1.2.2.1. Notion de turbulence

Un écoulement est dit turbulent lorsque certaines des grandeurs caractéristiques (pression, vitesse) présentent des variations rapides et aléatoires. Les particules fluides ne se déplacent plus sur des lignes de courant régulières, mais en tourbillons de telle sorte que la vitesse varie en amplitude et en direction à la fois dans l'espace et dans le temps. On définit cependant des valeurs moyennes qui permettent d'analyser l'écoulement dans son ensemble, malgré les irrégularités locales. Ainsi en un point donné d'un écoulement permanent, on peut écrire que la vitesse instantanée $u(t)$ est la somme de la vitesse moyenne dans le temps U et d'un terme variable $u'(t)$, généralement faible devant U , qui traduit les fluctuations aléatoires de vitesse.

$$U(t) = U + u'(t) \quad (1.13)$$

En moyenne les fluctuations $u'(t)$ sont nulles, aussi définit-on une valeur moyenne sur un intervalle de temps, donnée par l'expression :

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{U'^2} \quad (1.14)$$

On peut ainsi évaluer l'intensité de la turbulence par le rapport U_{eff} / U .

Dans un écoulement permanent, on constate que la turbulence est isotrope au centre de la conduite. Dans ce cas on a affaire à une turbulence libre, se développant loin de tout objet solide. Dans la direction de l'écoulement, l'intensité de la turbulence est rarement supérieure à 0.1. En revanche, au voisinage de la paroi, la composante suivant cette direction est environ deux fois plus importante que la composante normale à la paroi. La turbulence qui n'est plus isotrope dans cette région, est appelée turbulence de paroi. L'anisotropie s'explique clairement par l'existence de frottements intenses dans une zone où la vitesse moyenne

diminue rapidement suivant l'axe normal à la paroi, jusqu'à devenir nulle contre la paroi. Au voisinage de la paroi se développe le phénomène de "couche-limite".

1.2.2.2. Etat de surface des conduites

Contrairement au régime laminaire, l'état de surface de la conduite joue un rôle important en écoulement turbulent. Le profil des vitesses d'écoulement et la perte de charge dépendent de la rugosité des parois, sur lesquelles les aspérités se comportent comme des "promoteurs de turbulence". Pour une conduite de diamètre D on définit une **rugosité relative** de la paroi par le quotient k/D , k étant une épaisseur moyenne, appelée **rugosité absolue**, qui dépend non seulement de la hauteur des aspérités, mais aussi de leur forme, de leur nombre et de leur répartition à la surface de la paroi.

1.2.2.3. Couche limite dans les conduites circulaires

Les frottements dans les conduites circulaires et les pertes de charge qui en résultent ont été examinés dans le cas du régime établi, c'est à dire des entrées de la conduite.

Nous abordons ici le comportement du fluide lors du passage d'un milieu où l'écoulement a lieu à vitesse uniforme, à un milieu confiné dans une tubulure cylindrique dont l'axe est orienté dans le sens de la vitesse d'approche

Une couche limite prend naissance dès le bord d'attaque de la conduite (figure 1.2,b). Son épaisseur augmente avec la distance x . La couche limite envahit toute la section de la conduite au moment de l'établissement de l'écoulement.

Puisque les couches fluides sont freinées au voisinage de la paroi, la conservation du débit impose un accroissement de vitesse au centre de la conduite. En revanche, le débit et la section étant constants, la vitesse moyenne demeure aussi constante et donc égale à la vitesse d'approche : $U_m = U_\infty$.

Deux situations peuvent se présenter suivant la valeur de Re relatif au diamètre de la conduite ($Re = \rho U D / \mu$).

- $Re < 2000$: Seule se met en place la couche limite laminaire (figure 1.2,a). La longueur d'établissement est donnée par une relation de la forme : $L_e/D = aRe$. Le coefficient a varie selon les auteurs et les conditions expérimentales.

On estime cependant que le régime laminaire est parfaitement établi pour .

$$\frac{L_e}{D} = 0.006Re \quad (I.15)$$

Au delà de L_e , l'écoulement présente le profil de vitesse parabolique, caractéristique des écoulements laminaires de type "Poiseuille". Au centre de la conduite, la vitesse est alors égale à $U_{\max} = 2U_m = 2U_\infty$.

- $Re > 2000$: La couche limite turbulente apparaît pour des nombres de Reynolds compris entre 2100 et 2500 (figure 1.2.b). La longueur d'établissement peut être estimée par une relation de la forme : $L_e/D = aRe^{1/4}$ (a varie d'environ 0.6 à 0.8 dans le domaine $2000 < Re < 4000$). Pour $Re > 4000$ on peut utiliser la relation :

$$\frac{L_e}{D} = 0.08Re^{\frac{1}{4}} \quad (1.16)$$

Au-delà de L_e , le fluide est en régime turbulent établi. Il présente un profil quasiment plat sur une large section où la vitesse moyenne dans le temps est égale à U_∞ . Une sous couche limite laminaire de faible épaisseur persiste au contact de la paroi.

1.2.2.4. Contraintes de cisaillement

La contrainte de cisaillement entre deux couches de liquide, a pour expression :

$$\tau = -\frac{\mu dU}{dy} = -\frac{1}{2} \frac{dP^*}{dx} y \quad (1.17)$$

La contrainte varie linéairement en fonction de la distance y à l'axe. Nulle au centre de la conduite, elle est maximale à la paroi, où elle a pour valeur absolue :

$$\tau_s = \frac{R}{2} \frac{dP^*}{dx} = \frac{D}{4} \frac{dP^*}{dx} \quad (1.18)$$

La résultante des forces que le fluide exerce sur la paroi se déduit aisément de cette relation :

$$F_\tau = \tau_s S = \tau_s 2\pi R dx = \pi R^2 \frac{dP^*}{dx} \quad (1.19)$$

D'après l'expression générale de la perte de charge :

$$\Delta P^* = \lambda \frac{1}{2} \rho U_q^2 \frac{L}{D}$$

La contrainte de cisaillement à la paroi est égale :

$$\tau_s = \frac{\lambda}{8} \rho U_q^2 \quad (1.20)$$

U_q : vitesse moyenne débitante.

1.2.2.5. Profil des vitesses

Par rapport au profil rencontré dans l'écoulement laminaire, la distribution des vitesses sur un diamètre de conduite présente un profil beaucoup plus aplati (figure1.2,b).

Les filets fluides se mélangent entre eux, ce qui favorise l'homogénéisation des vitesses et par suite les transferts de quantité de mouvement, de matière et de chaleur. Cependant au voisinage de la paroi, où la vitesse est faible, l'écoulement reste souvent laminaire sur une faible épaisseur appelée " couche limite laminaire ".

Initialement, Prandtl a proposé une loi de type puissance, exprimant la variation de la vitesse en fonction de la distance à la paroi :

$$\frac{U(y)}{U_{\max}} = \left(\frac{y}{R}\right)^n \quad (1.21)$$

$U(y)$: est la vitesse moyenne dans la direction de l'écoulement à la distance y de la paroi.

$U_{\max}$: est la vitesse au centre de la conduite.

L'exposant n diminue légèrement quand le nombre de Reynolds augmente, mais on l'estime à $1/7$ environ pour $10^4 < Re < 10^5$. Cette loi n'est évidemment qu'approchée et présente cependant l'inconvénient d'offrir une interprétation globale des résultats sans expliciter les phénomènes locaux propres à l'écoulement turbulents.

Par la suite, plusieurs auteurs – Prandtl, Van Karman, Milikan, - ont proposé des lois logarithmiques plus en conformité avec la théorie de la turbulence pour décrire les différentes régions de l'écoulement turbulent, tout en considérant aussi l'existence d'un film très mince confiné contre la paroi, dans lequel la vitesse est suffisamment faible pour que l'écoulement y soit laminaire. Cette région est appelée " sous – couche limite laminaire ".

Lorsqu'une couche ou sous- couche laminaire existe, elle est régie par les relations établies précédemment. En particulier l'expression de la contrainte de cisaillement à la paroi est toujours valable. $\tau_s = \lambda/8 \cdot \rho U_q^2$

On constate que τ_p / ρ a les dimensions d'une vitesse au carré. Aussi on pose :

$$\tau_s / \rho = U^2 \tau$$

$U\tau$: est la vitesse de frottement.

Par la suite :

$$\frac{U_\tau}{U_q} = \frac{1}{U_q} = \left(\frac{\tau_s}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\lambda}{8}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.22)$$

Par définition, la contrainte de cisaillement s'écrit en valeur absolue :

$$\tau = \mu \frac{dU}{dy} \quad (1.23)$$

L'épaisseur de la couche limite étant extrêmement faible, on peut admettre que le gradient de vitesse est constant dans cette épaisseur. Par conséquent, $\tau = \tau_s = \tau_0$ avec des fluides Newtoniens ($\mu = \text{cte}$). Dans ces conditions, $\tau = \tau_s = \mu \cdot dU/dy = \mu U_x(y)/y$

Donc :

$$U(y) = \frac{\tau_s y}{\mu} = \rho U_\tau^2 \frac{y}{\mu} \quad (1.24)$$

$U(y)$: étant la composante suivant ox de la valeur moyenne de la vitesse à la distance y de la paroi.

$$\frac{U(y)}{U_\tau} = \frac{U_\tau y}{\nu} = U^+ \quad (1.25)$$

ν : est la viscosité cinématique

Cette relation montre clairement que le profil de vitesse $U(y)$ est linéaire dans la sous couche laminaire

La loi logarithmique rend bien compte des résultats expérimentaux au-delà de la couche laminaire. Dans cette loi, établie dans sa forme à partir de considérations théoriques, les coefficients numériques ont été déterminés expérimentalement pour différents cas de figure. Lorsque l'écoulement turbulent est en présence d'une sous couche laminaire, on a la relation :

$$\frac{U(y)}{U_\tau} = 5.5 + 2.5 \ln\left(\frac{U_\tau y}{\nu}\right) \quad (1.26)$$

D'une part l'équation (1.25) montre que la vitesse augmente linéairement à partir de zéro quand y augmente ; d'autre part, dans la partie turbulence, l'équation (1.26) montre que la vitesse décroît quand y diminue, c'est à dire quand on se rapproche de la paroi.

Le point d'intersection des deux zones est déterminé par le fait que la vitesse est la même sur chacune des deux courbes :

$$\frac{U(\delta_{se})}{U_t} = \frac{U_t \delta_{se}}{\nu} = 5.5 + 2.5 \text{Ln}\left(\frac{U_t \delta_{se}}{\nu}\right) \quad (1.27)$$

Où δ_{se} : est l'épaisseur de la couche limite.

En résolvant cette équation par approximation successive, on obtient :

$$\frac{U_t \delta_{se}}{\nu} = 11.6 \rightarrow 12 \quad (1.28)$$

Le développement qui précède sert à comprendre l'existence de deux types d'écoulement dans les conduites réelles, c'est à dire présentant des aspérités de hauteur k .

- Si k est faible devant δ_{se} : l'écoulement turbulent est séparé de la paroi par la sous-couche laminaire. La conduite est dite hydrauliquement lisse.
- Si k est du même ordre que δ_{se} ou supérieure : la sous-couche laminaire disparaît et la turbulence arrive jusqu'à la paroi. La conduite est dite hydrauliquement rugueuse.

a) Ecoulement turbulent en conduite hydrauliquement lisse ($U_t k \ll \nu$)

Décrivons tout d'abord le profil de l'écoulement le long du diamètre de la conduite. On distingue habituellement deux régions : une région centrale, dite externe, qui correspond à plus de 90% de l'écoulement et une région voisine de la paroi, dite interne (figure 1.3). La région interne est elle-même divisée en trois parties : La sous-couche laminaire (1), une zone transitoire(2) et une région (3) où l'écoulement est turbulent.

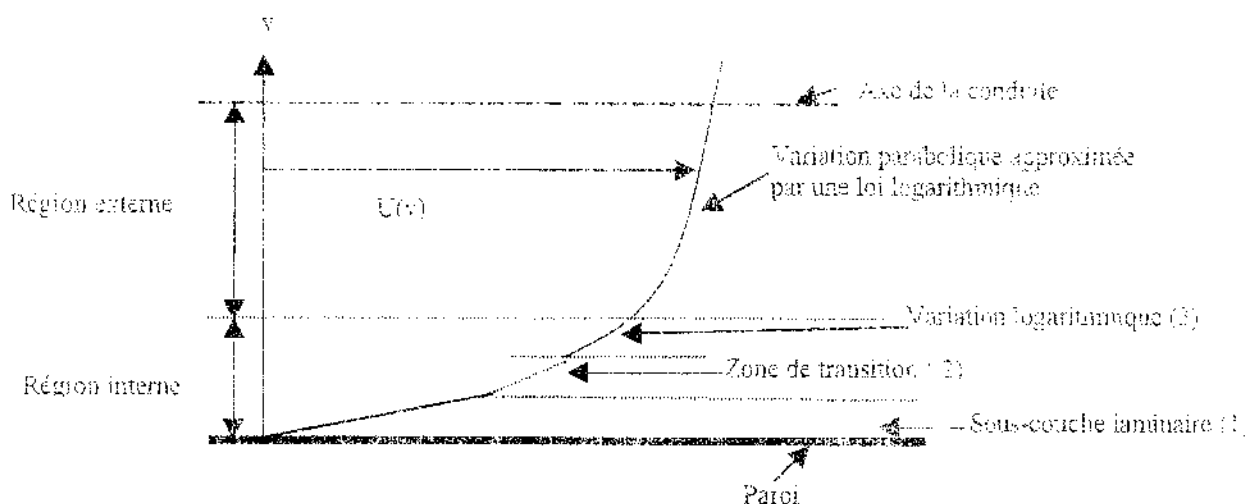


Figure (1.3) : profil des vitesses en régime turbulent (cas général)

b) Écoulement turbulent en conduite hydrauliquement semi-rugueuse ($5 < U_{\tau} k / \nu < 70$)

Lorsque la hauteur moyenne équivalente des aspérités atteint une valeur suffisante, la couche laminaire s'en trouve très perturbée sans pour autant disparaître complètement. La vitesse locale dépend à la fois de la viscosité et de la rugosité de la paroi.

c) Écoulement turbulent en conduite hydrauliquement rugueuse ($U_{\tau} k / \nu > 70$)

La rugosité de la paroi est suffisamment élevée pour empêcher la formation de la sous-couche laminaire. La région turbulente commence donc au contact de la paroi. On peut décrire le profil par les relations suivantes :

$$\frac{[U_{\max} - U(y)]}{U_{\tau}} = 1.2 - 5.65 \lg \frac{y}{R} \quad \text{pour } y < 0.2R \quad (1.29)$$

$$\frac{[U_{\max} - U(y)]}{U_{\tau}} = 7.2 \left(1 - \frac{y}{R}\right)^2 \quad \text{pour } 0.2R < y < R \quad (1.30)$$

La relation (1.30) de type parabolique, est également valable en paroi hydrauliquement lisse ou rugueuse puisque la rugosité n'a pas d'influence sur la région externe de l'écoulement.

On préfère souvent utiliser une relation de type logarithmique unique pour toute la section, mais dans laquelle la rugosité entre directement en jeu :

$$\frac{U(y)}{U_{\tau}} = 8.5 - 2.5 \lg \frac{y}{k} = 8.5 + 5.75 \lg \quad (1.31)$$

1.2.2.6. Perte de charge**a) Perte de charge à l'entrée de la conduite**

En régime turbulent ($Re > 4000$), l'énergie cinétique sur l'axe varie approximativement de $1/2 \rho U_{\infty}^2$ à $1/2 \rho (2 \rho U_{\infty} / 0.8)^2$, soit $\Delta(1/2 \rho U^2) = 0.28 \rho U_{\infty}^2$ entre l'entrée et L_e . Sur toute la section droite de la conduite on définit un coefficient de perte de charge à l'entrée de la conduite par le rapport :

$$\frac{\Delta P_e}{0.5 \rho U_{\infty}^2} = B \quad (1.32)$$

Expérimentalement la valeur de B est proche de 1 pour $Re > 4000$. (1.33)

La chute de pression correspondante : $\Delta p = 0.28 \rho U_{\infty}^2$ est donc beaucoup plus faible qu'en régime laminaire.

b) Loin de l'entrée de la conduite

Avec les conduites industrielles, les variations du coefficient de frottement sont analogues à celles obtenues par Nikuradse, d'une part pour les faibles valeurs du rapport $kRe\sqrt{\lambda}/D$ - valeur inférieure à 0.1 -, d'autre part pour des valeurs supérieures à 200 de ce même rapport. Ce rapport confirme l'existence des deux domaines - hydrauliquement lisse et rugueux - dans lesquels λ est indépendant respectivement de k et de Re .

La relation de Blasius caractérisant les conduites lisses est donnée par :

$$\lambda = 0.316 Re^{-0.25} \quad (1.34)$$

La relation de Karman qui a été modifiée par Prandtl s'applique aux conduites industrielles :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1.74 - 2 \lg \frac{k}{Re} = 1.14 - 2 \lg \frac{k}{D} \quad (1.35)$$

Entre les valeurs 1 et 200 du rapport $kRe\sqrt{\lambda}/D$, les valeurs expérimentales du coefficient λ , obtenues avec les conduites industrielles s'alignent sur une courbe régulière qui s'écarte légèrement de la courbe de Nikuradse. Une équation empirique a été proposée en 1939 par Colebrook pour représenter la totalité de la courbe, depuis $Re=4000$ jusqu'à $Re > 10^8$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{k}{3.71D} + \frac{2.51}{Re\sqrt{\lambda}} \right) \quad (1.36)$$

la formule de Colebrook est une formule universelle qui donne en fait la valeur maximale de λ pour toutes les conduites industrielles.

Quand ε tend vers zéro on retrouve l'équation de Karman modifiée par Prandtl :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg(Re\sqrt{\lambda}) - 0.8 \quad (\text{Hydrauliquement lisse}) \quad (1.37)$$

et quand Re tend vers l'infini, on obtient l'équation (1.17) (Hydrauliquement rugueux)

Les différentes expressions donnant la variation de λ en fonction du nombre de Reynolds sont regroupées dans le diagramme de Moody représenté dans la figure (1.4)

En régime turbulent, les pertes de charge ne sont plus proportionnelles au débit comme en écoulement laminaire, elles dépendent de $q^{1.8}$. L'exposant n varie entre 1.8 et 2 suivant l'état de la paroi, mais en pratique, on considère que la perte de charge est proportionnelle au carré du débit. En présence d'asperités, l'expérience montre que la forme de l'équation (1.13) est toujours valable. On cherche alors à exprimer le coefficient de frottement λ en fonction du nombre de Reynolds et aussi en fonction de la rugosité moyenne qui traduit l'état de la paroi.

En conclusion, les expressions de la perte de charge sont données, dans tous les cas, par l'équation de Darcy-Weisbach ($\Delta P_f = \lambda \cdot 1/2 \cdot \rho U^2 \cdot L/D$ ou $\Delta H_f = \lambda U^2 / 2g \cdot L/D$).

1.2.2.7. Ecoulement établi dans une conduite - Longueur d'établissement

Lorsqu'un fluide pénètre dans une conduite cylindrique, le profil des vitesses évolue sur une certaine distance avant de se stabiliser dans une configuration particulière qui se conserve ensuite tant que la géométrie de la conduite ne change pas. Cette distance, L_e , est appelée longueur d'entrée. Elle s'exprime habituellement par le quotient L_e/D (ou Z/D), qui représente le nombre de diamètres équivalents à la longueur d'entrée. Cette longueur d'établissement est la distance à laquelle l'épaisseur de la couche limite - laminaire ou turbulente - devient égale au rayon de la conduite. Au delà de cette distance, l'écoulement continue son développement vers l'établissement final caractérisé par un gradient axial nul des paramètres de l'écoulement ($\partial/\partial z=0$).

Les valeurs numériques, déterminées expérimentalement, varient légèrement suivant les auteurs.

Généralement on estime qu'en régime turbulent l'écoulement est établi à partir d'une longueur d'entrée comprise entre 80 et 100 fois le diamètre. Ce point est traité avec plus de détails dans la présente étude.

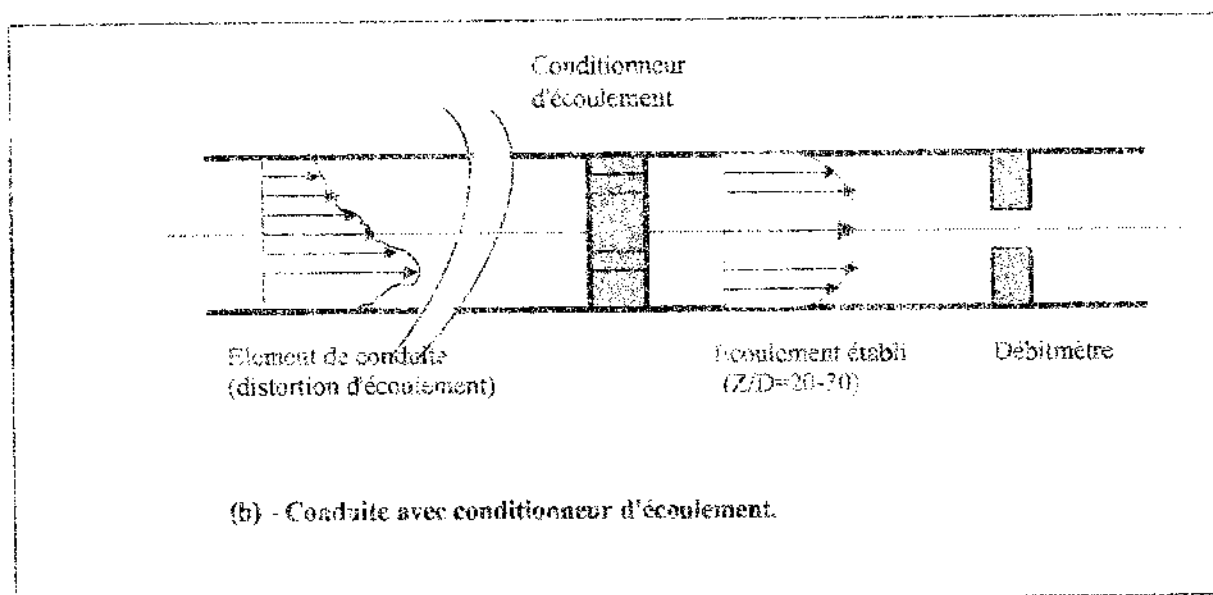
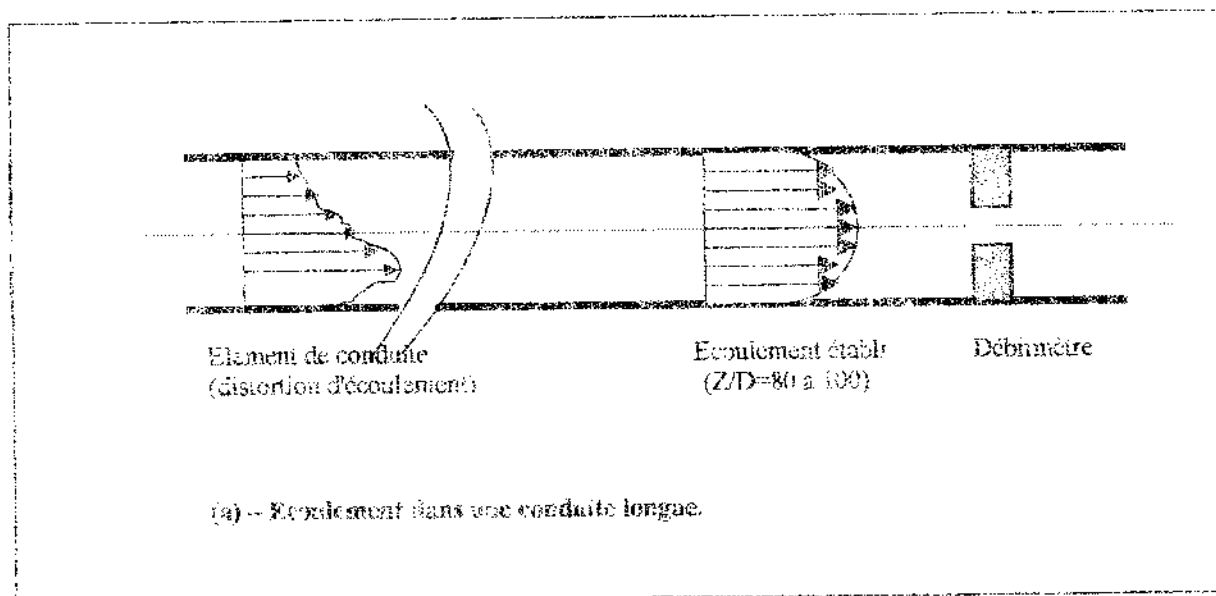


Figure 1.1 : Développement de l'écoulement et son établissement dans une conduite circulaire.

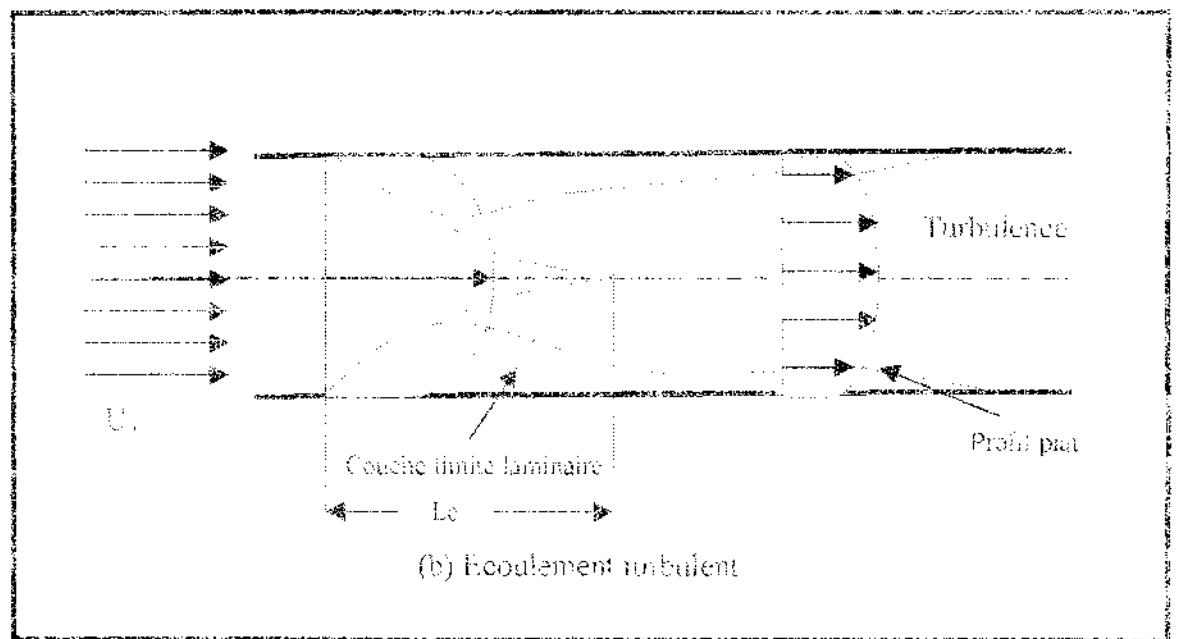
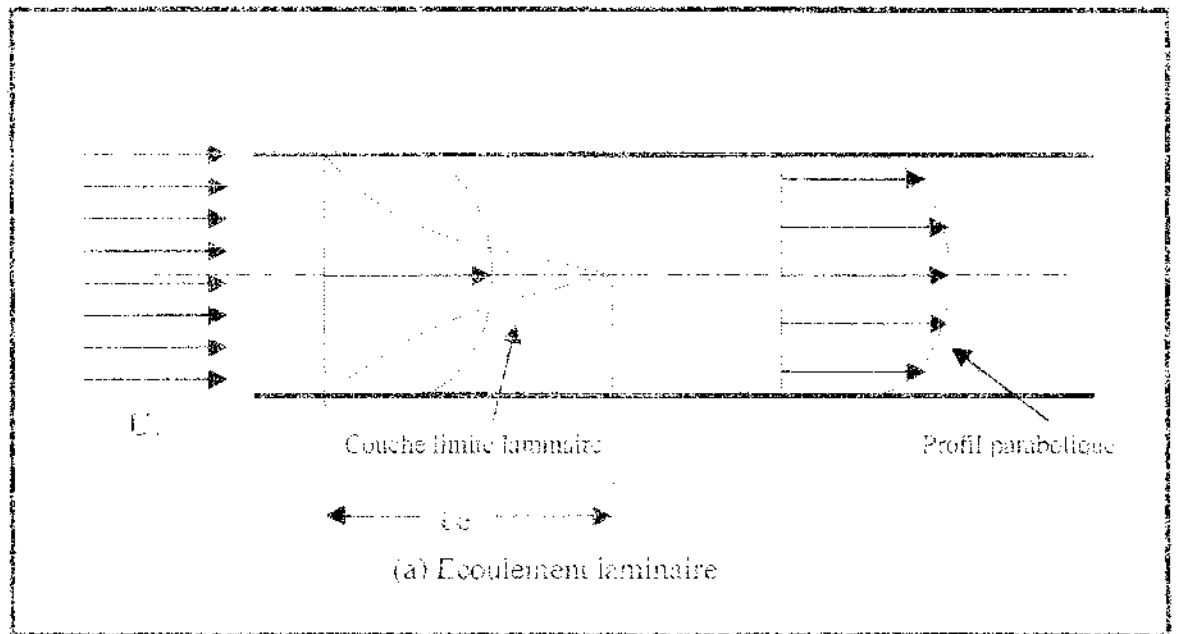


Figure (I.2) : Etablissement de la couche limite dans une conduite circulaire

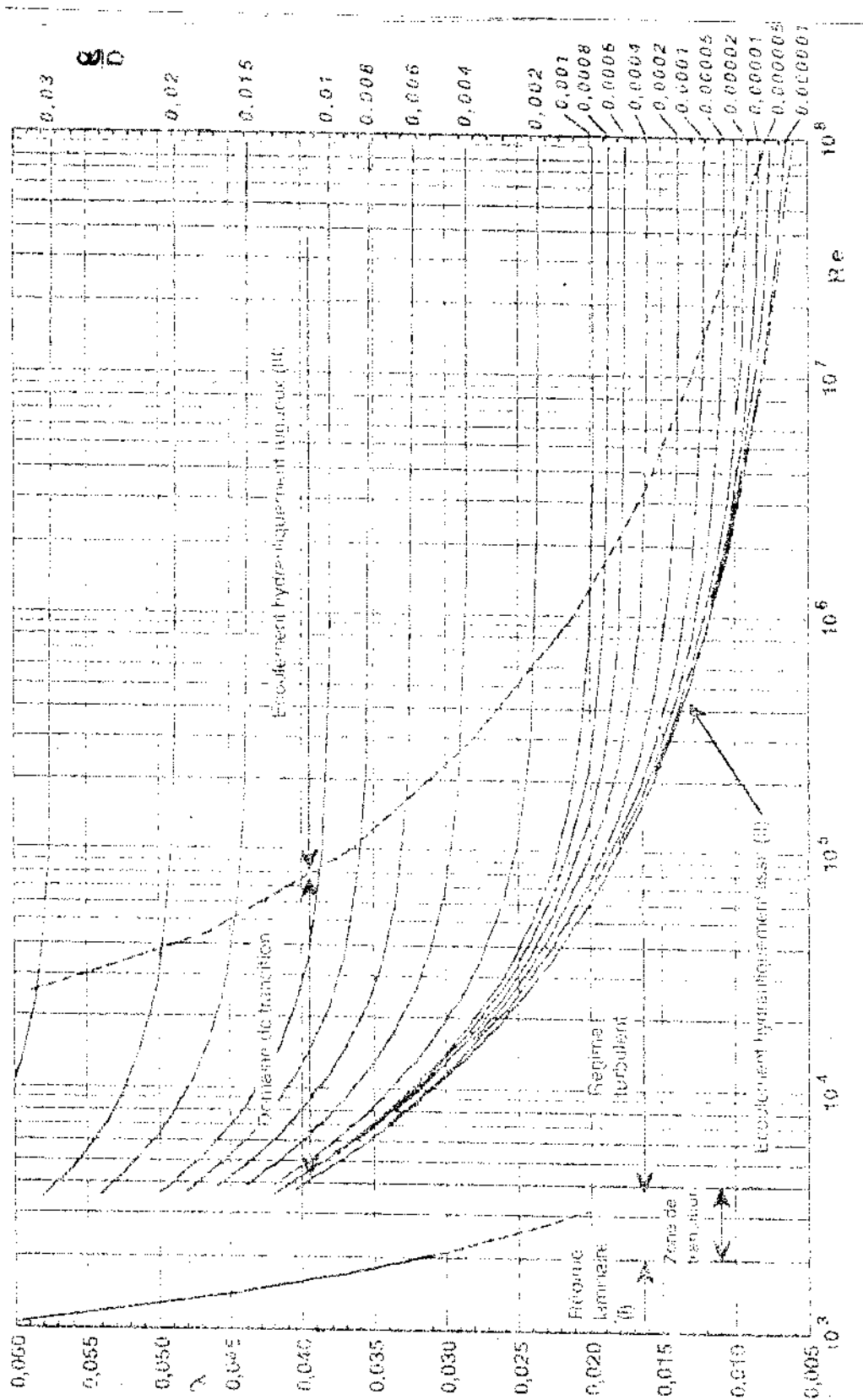


Figure 1.4 : Coefficient de frottement λ en fonction du nombre de Reynolds Re et de la rugosité relative k/D .